

OUTILS et MATÉRIEAUX pour la CLASSE

polyminos

aires

polygones

réseaux

guide-âne

tangram

INTRODUCTION GENERALE

Les documents contenus dans ce classeur constituent des outils et une banque de matériaux pour l'enseignement de la géométrie.

Il convient de souligner ici l'importance des activités proposées dans les différentes parties de ce document.

1. Les activités d'assemblage ou de décomposition de figures ou de constructions favorisent chez ceux qui les réalisent la mise en évidence de particularités : l'objectif est de rendre l'élève capable d'identifier dans une figure complexe une figure particulière ou des relations particulières entre certains éléments (égalité de longueur, parallélisme, orthogonalité, appartenance...).
2. D'autre part, il paraît particulièrement utile de ne pas isoler les objets étudiés : les particularités d'un objet sont d'autant plus remarquables qu'elles apparaissent par comparaison avec d'autres objets (classification, assemblage...).
3. Enfin, la finalité des activités géométriques est d'ordre méthodologique, et n'est pas caractéristique de la géométrie : il s'agit de la capacité à conduire une démonstration. Même si cette compétence n'est pas requise à la fin de l'école primaire, on peut affirmer que celle-ci se met progressivement en place dès l'école maternelle. Rappelons que la démonstration se définit comme l'établissement d'une vérité par d'autres voies que l'expérimentation : par la déduction, ou articulation logique. Il s'agit de donner à chaque futur collégien/citoyen la possibilité de développer cette capacité fondamentale en l'invitant activement à dépasser le stade du tâtonnement, de l'empirisme, le préparant ainsi au raisonnement et à la combinatoire. La recherche des polyminos ou des patrons du cube, se situe dans cette optique.

POLYMINOS

Les polyminos sont des assemblages de 1 à N carrés. Les plus connus sont les dominos (2 carrés), mais on peut imaginer, dessiner ou construire des triminos, tétraminos, pentaminos, hexaminos, etc. L'idée directrice du travail avec les polyminos réside dans la composition, la décomposition de figures ainsi que dans le repérage. Les activités conduisent à l'étude des aires (cf. le tangram), de la symétrie, du périmètre.

Quelques activités possibles :

1. Recherche de tous les polyminos possibles

L'intérêt pédagogique de ce travail est constitué par la recherche de la méthode : partir des polyminos de rang $(n-1)$ et les compléter avec un carré placé dans toutes les positions possibles afin d'obtenir des polyminos de rang (n) . Eliminer les doublons au fur et à mesure ou à la fin, y compris ceux obtenus par symétrie ou retournement. (On pourra découper les figures afin de vérifier qu'elles se superposent.

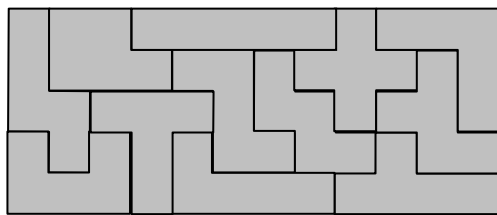
Document annexe

Vous pouvez télécharger le document intitulé **Polyminos** qui contient toutes les configurations des polyminos (domino, triminos, tétraminos et pentaminos).

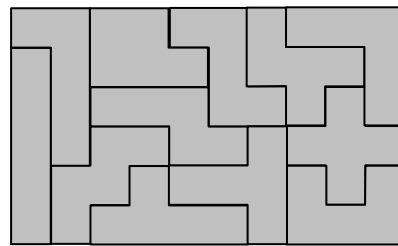
2. Puzzles

On pourra chercher à réaliser des rectangles en assemblant plusieurs pentaminos.

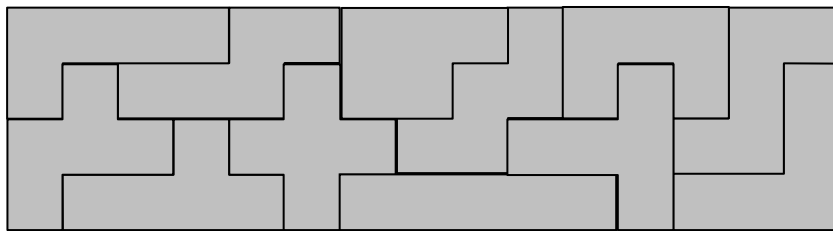
Il est remarquable de pouvoir reconstituer par assemblage des rectangles de 5×12 , 6×10 , 4×15 ou 3×20 unités, l'aire cumulée des 5 pentaminos valant 60 unités.



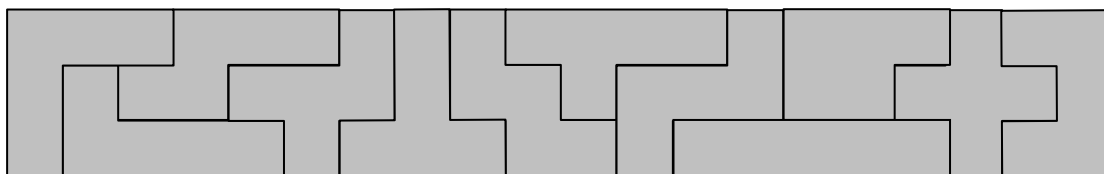
Rectangle de 5×12



Rectangle de 6×10



Rectangle de 4×15



Rectangle de 3×20

Document annexe

Vous pouvez télécharger le document intitulé **Puzzle** qui contient des gabarits de puzzles à construire, les silhouettes de pentaminos à découper et les solutions.

3. Description à distance

L'exercice est classique : il s'agit de composer le texte nécessaire et suffisant pour permettre à une personne de tracer un polymino.

4. Devinette

cf. description à distance. « Je pense à un polymino. Lequel ? »

5. Classification

- ✚ suivant les caractères de symétrie
- ✚ par le périmètre
- ✚ la forme du rectangle circonscrit
- ✚ le nombre de carrés alignés
- ✚ etc.

6. Patrons de cube

Parmi les hexaminos, éliminer ceux qui ne sont pas des patrons de cube.

7. Polytrucs

On peut réaliser des activités semblables, en remplaçant les carrés par des rectangles, des triangles réguliers...

8. Problèmes...

Est-il possible d'obtenir une figure présentant un axe de symétrie en assemblant 2 pentaminos non symétriques ?

9. Références

Des éditeurs ont publié des jeux (avec pièces à assembler en plastique rigide) ou des activités autour des pentaminos. On pourra se procurer PENTOMINO chez Celda, ou KATAMINO, chez Jeux PBM.

AIRES

Introduction :

Les résultats aux évaluations nationales à l'entrée en 6^{ème} soulignent les difficultés que peuvent éprouver les élèves face à une situation faisant appel à la notion d'aire. Souvent, l'aire d'un rectangle est assimilée à son périmètre.

Hypothèses :

La notion d'aire peut être considérée comme étant en cours d'acquisition. Elle est alors confondue avec le périmètre, aboutissement d'activités sur les longueurs largement pratiquées à l'école élémentaire.

Néanmoins, l'aire est abordée implicitement dès la maternelle (cf. les Tangrams). Ce n'est qu'à partir du Cycle 3 qu'elle est étudiée explicitement.

Dans la pratique, le tout début de l'étude de la notion d'aire se situe en CM alors que celle du périmètre touche déjà à sa fin.

Quelques principes de base :

Il n'est pas souhaitable d'associer systématiquement aire et périmètre, a fortiori au moment de les aborder. En revanche des occasions de les confronter doivent être ménagées.

L'utilisation abusive des formules est à éviter. Certaines sont élaborées, utilisées pour apporter une réponse à un problème posé.

L'étude des figures géométriques (le carré, le rectangle) est à séparer clairement des activités de détermination d'aire ou de périmètre.

Propositions de pistes de travail :

Le périmètre :

Cette notion, comme nous l'avons dit précédemment, se situe plutôt à la fin d'une progression sur la notion de longueurs. Ce n'est qu'un cas particulier de nombreuses activités de mesure de longueurs.

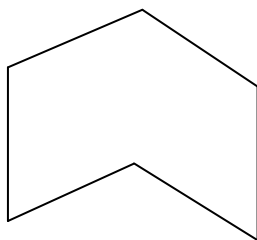
1^{ère} étape : Comparaison et mesure de longueurs de segments ;

2^{ème} étape : Mesure de longueurs de lignes brisées ;

3^{ème} étape : Mesure de longueurs de lignes brisées fermées soit le périmètre ;

4^{ème} étape : Mesure de longueurs de lignes quelconques.

La détermination de périmètres doit demeurer l'objet de travaux pratiques et non pas l'application de formules.



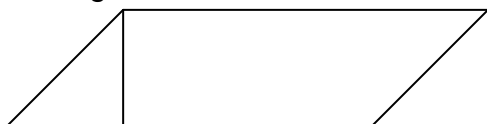
Déterminer le périmètre de cette figure doit consister pour l'élève à mesurer chaque segment et à effectuer la somme des mesures.

La détermination du périmètre n'aboutit pas nécessairement à la mise au point d'un formulaire. Dans ce contexte, à l'occasion de l'utilisation de figures particulières, certaines formules pourront être élaborées. (cf. I.O.)

Les aires :

1^{ère} étape : S'habituer à déconfigurer et reconfigurer des figures par découpage et assemblage. Ces activités doivent mener à une prise de conscience qu'il existe un invariant que provisoirement on peut nommer étendue.

Cf. Tangrams



2ème étape : Identifier un élément permettant de mesurer, comparer, classer, ranger différentes surfaces, l'unité. Cette unité va permettre de traduire scientifiquement l'étendue sous une forme quantifiée appelée aire.

1^{er} Exemple du petit triangle du Tangram

Le carré, le triangle médium et le parallélogramme peuvent être recouverts par 2 petits triangles, soit 2 unités. Ces trois figures sont équivalentes, elles ont la même aire.

2^{ème} Exemple sur une planche de figures quadrillées (voir annexe) :

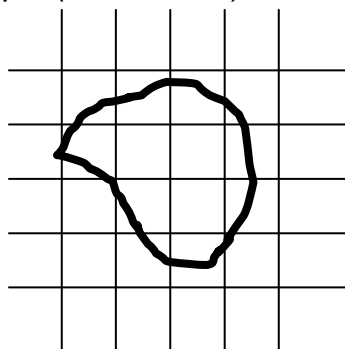
Comparer les aires des figures A, D, F, J, K

Comparer les aires des figures B, E, G, H

Ici apparaît la nécessité de procéder par encadrements.

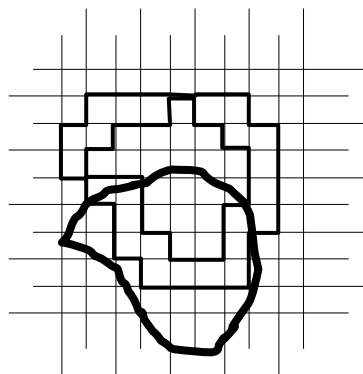
3ème étape : mesurer la même surface avec des unités toujours plus petites du type U, U/4, U/100.

Exemple (voir annexe)



$$3 < \text{Aire} < 15$$

La forme reste inchangée, le quadrillage est différent, l'encadrement est plus fin.



$$20 < \text{Aire} < 44$$

4ème étape : Certaines formules pourront être abordées à l'occasion de l'utilisation de figures particulières (rectangle, carré).

Document annexe

Vous pouvez télécharger le document intitulé **Aires** qui contient les planches de figures permettant de travailler les deuxièmes et troisièmes étapes décrites ci-dessus.

POLYGONES

Les planches de polygones constituent des supports pour des activités d'identification, de classement ou de mesure.

Chaque planche est présentée en deux versions, une avec contours seuls, une autre avec surface colorée.

Triangles

Classement (tr. quelconques, isocèles, réguliers)

Quadrilatères

Classement (trapèzes, parallélogrammes, rectangles, losanges, carrés)

Rectangles et carrés

Les figures sont présentées dans des positions non prototypiques, et on trouve des rectangles « presque carrés ». Il sera nécessaire d'être rigoureux dans la description et donc la qualification des figures. Ex. « Colorier les figures qui ne sont pas des carrés. »

Polygones

Les mesures des côtés sont des nombres entiers, facilitant par là les activités de mesurage, de calcul de périmètre ou d'aire.

Polygones variés (et cercle...)








Classement (comptage des sommets, des côtés)

Document annexe

Vous pouvez télécharger le document intitulé **Polygones** qui contient les planches.

RESEAUX

Emplois possibles :

-  Réaliser des figures planes sur des supports autres que la feuille blanche ou Seyès
-  Réaliser des patrons de solides
-  Tracer des axes de symétrie
-  Construire le symétrique d'une figure
-  Rechercher des lignes/des segments perpendiculaires
-  Rechercher des lignes/des segments parallèles
-  etc.

Document annexe

Vous pouvez télécharger le document intitulé **Reseaux** qui contient les planches.

GUIDE-ÂNE

Définition du Petit Robert :

« Papier réglé que l'on place sous une feuille afin d'écrire droit. »

Cet ensemble de lignes parallèles permet par transparence :

- ✚ d'**identifier des droites parallèles**. Le guide-âne sera, pour ce type d'activités, copié sur une feuille transparente, posé et déplacé sur la figure étudiée ;
- ✚ de placer des points de repères afin de **tracer une droite parallèle à une droite donnée**.

Remarques

La feuille de travail doit être suffisamment fine afin de voir le guide-âne par transparence. La droite de référence est superposée à l'une des droites du guide-âne. Deux points d'une autre ligne du guide-âne sont choisis puis repérés. Ils permettent de tracer la droite parallèle à la droite de référence.

Parallèle passant par un point placé par le maître (sur une photocopie par ex.) : on veillera à placer le point à une distance multiple de l'écart du guide-âne utilisé (1, 5, 10 mm) ;

Parallèle passant par un point placé par l'élève : il faudra utiliser le guide-âne le plus fin, afin de réduire la marge d'erreur dans le tracé.

- ✚ de partager un segment en n parties égales, et à partir de là, de travailler sur les fractions et les décimaux.

Remarques

Le guide-âne est vu par transparence.

Les extrémités du segment sont placées en correspondance avec deux droites du guide-âne séparées par $(n-1)$ droites. Ainsi, par exemple, pour un partage en 5 parties égales, on orientera le guide-âne afin de placer 4 droites entre les 2 extrémités du segment à partager.

Ceci peut conduire à des activités numériques : fractions, fractions décimales, décimaux.

Document annexe

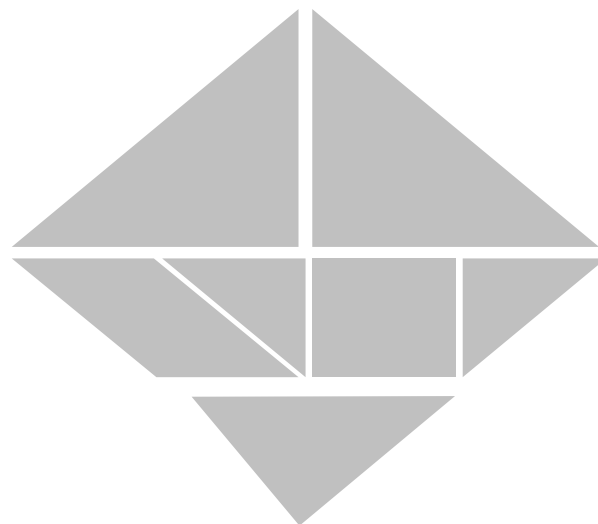
Vous pouvez télécharger le document intitulé **Guide_ane** qui contient les planches.

TANGRAM

De la maternelle au CM2

Aspect historique.

Le Tangram, dont l'âge n'est pas connu, est un puzzle chinois appelé « Tch'i Tch'iao pan », ou encore « la plaquette aux sept astuces ». Le mot « Tch'i Tch'iao » date de l'époque Tcheou (740-330 av. JC). A cette époque, il désignait l'habitude d'enfiler une aiguille à sept chas le septième jour du septième mois ce qui devait porter bonheur. Sa caractéristique essentielle est d'avoir un nombre invariable de pièces. C'est une plaquette divisée en sept éléments appelés formes de base :



Règle du jeu.

Les pièces pouvant être retournées, il est impératif que les deux surfaces soient identiques (attention au tangram magnétique).

Le Tangram étant un jeu, celui-ci a des règles en petit nombre. La principale est celle qui prévoit que **chaque figure sera toujours reconstituée à l'aide des sept formes de base.**

On n'utilisera donc jamais plus et jamais moins que les sept mêmes pièces.

1. Activités exploratoires et de création

Il s'agit ici de faire découvrir, par la manipulation, la décomposition et la recomposition, l'assemblage, les propriétés liées au découpage des sept formes de base.

Manipulation et expression : registre symbolique

Dans un premier temps, l'enfant utilise tout ou partie des sept formes pour produire librement des dessins qu'il nomme : bateau, chapeau, flèche, montagnes...

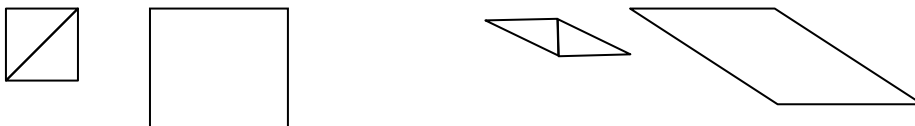
Manipulation et expression : registre mathématique

L'enfant nomme les formes qu'il croit connaître : carré, triangle, rectangle, losange.

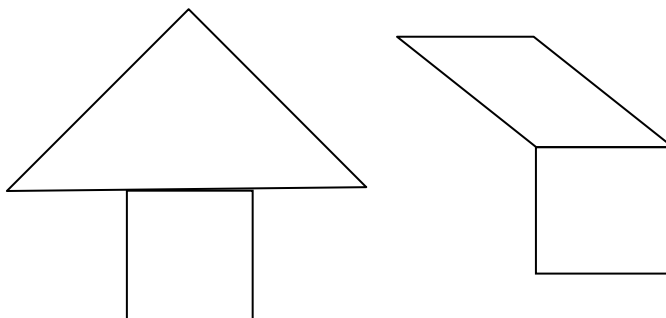
2. Activités structurées

Il s'agit ici d'associer des pièces différentes, en n'en prenant que quelques-unes, pour :

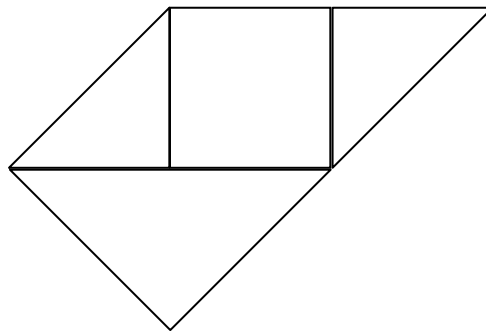
construire une forme existante du tangram :



inventer d'autres formes :



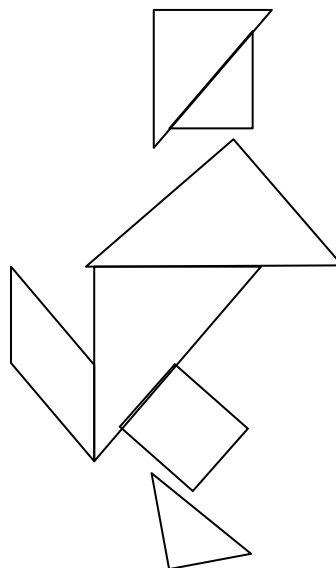
✚ assembler des formes :



✚ construire un modèle par recouvrement, à l'aide des sept pièces du tangram :

L'objectif est ici d'amener les enfants à réutiliser les notions et rapports qu'ils ont découverts lors des séances précédentes.

Il est parfois nécessaire d'avoir recours au retournement d'une pièce.



Document annexe

Vous pouvez télécharger le document intitulé **Tangram_formes** qui contient 13 planches. Elles sont à l'échelle 1/1 par rapport au tangram contenu dans la mallette d'outils de géométrie.

 - construire un modèle à l'aide de la silhouette :

L'objectif est d'amener les enfants à réfléchir sur les notions et rapports qu'ils ont découverts lors des séances précédentes afin qu'ils perçoivent l'organisation des différentes pièces entre elles.

La perception de l'organisation des 7 pièces de la forme de gauche est plus simple que dans celle de droite.

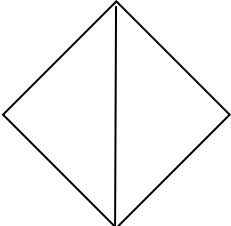
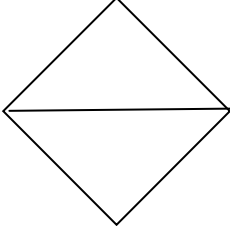
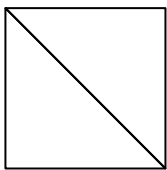


Document annexe

Vous pouvez télécharger le document intitulé **Tangram_silhouettes** qui contient 13 planches. Elles sont à l'échelle 1/1 par rapport au tangram contenu dans la mallette d'outils de géométrie.

Chapitre 3 : approches des notions mathématiques

3.1 La symétrie par rapport à une droite

verticale	horizontale	oblique
		

Les silhouettes des formes obtenues lors des activités exploratoires et de création pourront être observées afin de faire apparaître celles possédant des axes de symétrie.

A partir des silhouettes données, trouver les axes de symétrie.

Les formes obtenues avec les 7 pièces du tangram contiennent souvent un ou plusieurs axes de symétrie.

Document annexe

Vous pouvez télécharger le document intitulé **Tangram_symetrie** qui contient 4 planches. Elles permettent aux élèves de déterminer les formes contenant aucun, ou au moins un axe de symétrie, suivant la nature de la planche :

I : toutes les formes ont **un axe de symétrie verticale**.

II : ce sont les mêmes formes que celles de la planche 1, mais la présentation sous une forme non prototypique fait que certaines ont maintenant **un axe horizontal ou un axe oblique**.

III : toutes les formes ont au moins **un axe de symétrie horizontal**.

IV : toutes les formes, sauf 2, ont **un, deux ou quatre axes de symétrie**.

3.2 Les aires

Activités de recouvrement

Il s'agit, pour les enfants les plus jeunes, de recouvrir chaque représentation d'une pièce du Tangram à l'aide des petits triangles distribués.






Pour les plus âgés, il s'agit de recouvrir une forme du Tangram à l'aide d'autres formes afin d'obtenir des équivalences.

Ces deux situations permettent de faire découvrir que le petit triangle du Tangram est l'unité de base.

Remarque :

Il faut 16 petits triangles pour recouvrir l'ensemble du Tangram.

On pourra ainsi vérifier que :

-  4 petits triangles recouvrent un grand triangle ;
-  2 petits triangles recouvrent le parallélogramme ;
-  2 petits triangles recouvrent le carré ;
-  2 petits triangles recouvrent le triangle moyen ;
-  1 petit triangle se recouvre lui-même.

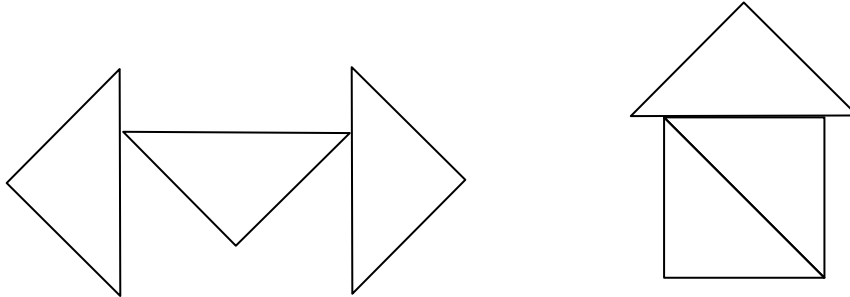
Document annexe

Vous pouvez télécharger le document intitulé **Tangram_triangles** qui contient 16 petits triangles. Ils sont à l'échelle 1/1 par rapport au tangram contenu dans la mallette d'outils de géométrie.

Activités de construction.

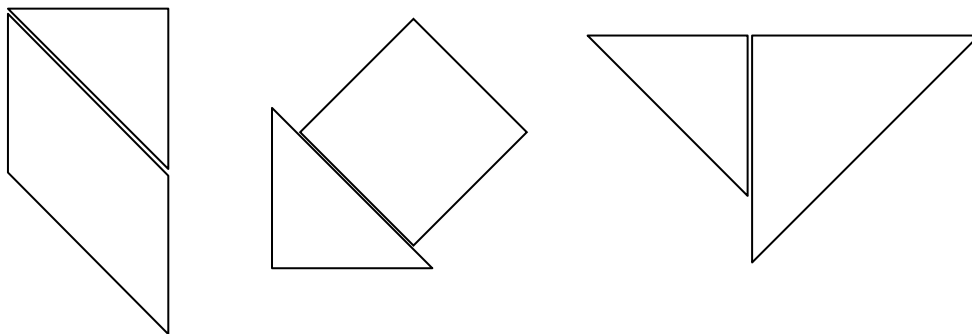
En prenant le petit triangle comme unité, construire des figures ayant une aire donnée (comprise entre 1 et 16).

Exemple : construire des figures ayant une aire égale à 3 u :



A l'aide des pièces du Tangram, construire des figures ayant une aire donnée (comprise entre 1 et 16).

Exemple : construire des figures ayant une aire égale à 3 u :



D'autres activités sont possibles à l'aide du Tangram, et notamment les formes dérivées comme le tangram « œuf » ou « étoile » ou « hexagonal », dont nous donnons en annexe quelques exemples pour satisfaire la curiosité de chacun.

Document annexe

Vous pouvez télécharger le document intitulé **Tangram_derives** qui contient quelques exemples de tangrams dérivés.

DIVERS

Documents annexes

Vous pouvez télécharger le document intitulé **Regles_symetrie** qui contient deux règles symétriques, « à zéro central » : à photocopier sur support transparent ou bristol, ou coller entre 2 feuilles de Rhodoïd...

Vous pouvez télécharger le document intitulé **Patrons_solides** qui contient les patrons de divers solides.