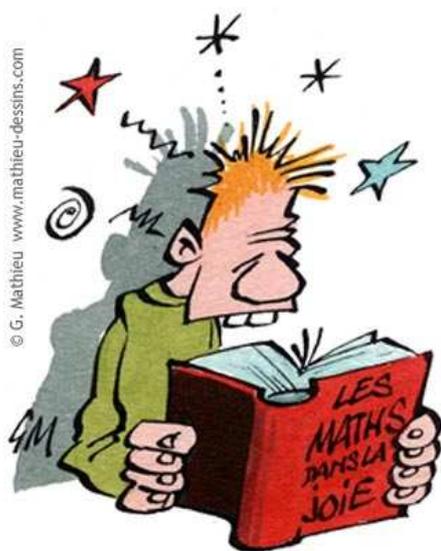


La résolution de problèmes au cycle 3



"Just a darn minutel — Yesterday
you said that X equals two!"

Expérimenter la résolution d'un problème pour chercher
Groupe départemental Mathématiques

I.A. 21

Document de synthèse

Sommaire

| | |
|---|----|
| Cadre de la recherche | 3 |
| CR du groupe du 27/01/2006 | |
| Journée de formation des enseignants des classes expérimentales pour la recherche sur les problèmes..... | 5 |
| Protocole de recherche | 6 |
| Evaluations initiale et finale..... | 7 |
| Problèmes | 7 |
| Consignes de passation | 8 |
| Programme expérimental : calcul mental et réfléchi | 9 |
| Programmation | 9 |
| Exemple | 10 |
| Programme expérimental : entraînement à la démarche didactique de résolution de problèmes..... | 11 |
| Démarche de résolution | 11 |
| Exemple | 13 |
| Résultats | 14 |
| Annexes | 16 |
| Annexe 1 : progression en calcul | 16 |
| Annexe 2 : problèmes d'entraînement | 21 |

Compte-rendu de la réunion du groupe Maths du 27/01/2006

Présents : G. Grivot, P. Barouillet (professeur à l'Université de Bourgogne et invité), O. Romano, V. Hertz, J. Cortet, F. Sidney, C. Bonnet, P. Loison, C. Humblot, V. Petit.

Présentation du projet d'expérimentation par Mr Grivot.

a) Mr. Grivot rappelle tout d'abord la place très importante accordée à la résolution de problèmes dans les documents d'accompagnement des programmes de Mathématiques (février 2005). L'expérimentation devrait porter sur l'aide qu'on peut apporter aux élèves dans la résolution de problèmes ouverts ou de recherche.

Dans ce type de problème, l'élève ne dispose pas de procédure experte.

Mr. Barouillet (LEAD) fait valoir la difficulté de ce type de résolution pour un élève.

b) Monsieur Grivot rappelle la définition mathématique du problème ouvert. Il s'agit de résoudre une équation à deux inconnues de type $a x + b y = c$. (a, b, c nombres entiers naturels constituant les paramètres donnés et x, y appartenant à \mathbb{N} et constituant les inconnues.)

c) Aspect didactique

Hypothèses possibles :

- ✚ entraînement au calcul mental. Il s'agit d'automatiser les calculs portant sur la combinaison linéaire ou sur la décomposition du nombre cible.
- ✚ Travailler sur la **démarche** en se référant à la celle proposée dans les documents d'accompagnement dans le cadre des problèmes pour chercher.
- ✚ Poser le problème : phase de dévolution.
- ✚ Phase de recherche individuelle puis en doublettes.
- ✚ Phase de confrontation des démarches, analyse
- ✚ Synthèse, institutionnalisation des savoirs.

Question posée :

Une interaction des deux approches serait-elle pertinente ? A vérifier.

d) Protocole expérimental retenu :

- ✚ Groupe témoin.
- ✚ Groupe entraînement au calcul linéaire de type $(3 \times 5) + (4 \times 8)$ et à la décomposition de nombres.
- ✚ Groupe expérimentant la démarche didactique pour le problème ouvert.
- ✚ Groupe combinant les deux approches.

e) Remarques

Mr. Barouillet montre l'intérêt du raisonnement par analogie. Le passage du problème source au problème cible se fait bien quand les élèves ont été confrontés au même type de problème et qu'ils connaissent donc la structure du problème (avec notamment une bonne utilisation de la verbalisation de la procédure). De ce point de vue, on pourrait différencier la modalité 3 en deux parties :

- ✚ Entraînement à réfléchir sur des problèmes où il y a plusieurs solutions
- ✚ Apprentissage de la résolution de problèmes ouverts ayant la même structure que le problème cible.

Par ailleurs, il souligne l'existence d'un biais possible car souvent les élèves ne cherchent qu'une solution.

Il serait pertinent de prévoir une observation des élèves en activité de résolution afin de disposer d'éléments permettant de mieux savoir comment les élèves résolvent un problème ouvert. Mme Bonnet est d'accord pour réaliser cette observation dans sa classe. Celle-ci pourra, en outre, permettre une construction plus aisée du pré-test.

Travail de groupes

- 📄 analyse des observations recueillies en cycle 2
- 📄 analyse des observations recueillies en cycle 3
- 📄 réalisation de fiches pédagogiques d'accompagnement du matériel de la mallette géométrie.

Synthèse des groupes.

Il serait souhaitable de pouvoir disposer d'une autre date dans le calendrier pour :

- 📄 mettre en place de façon précise le contenu du dispositif expérimental
- 📄 procéder à une analyse du traitement de la résolution de problèmes dans les manuels scolaires.

Journée de formation des enseignants des classes expérimentales pour la recherche sur les problèmes.

Présentation du cadre général de la recherche en Mathématiques par M. l'Inspecteur de l'Education nationale.

Expérimenter la résolution d'un problème pour chercher (afin de mieux se représenter la tâche cognitive pour l'élève) ?

Protocole expérimental :

-  les modalités expérimentales
-  dates
-  procédures de passation
-  exercices proposés.

Travail en deux groupes :

-  L'entraînement au calcul numérique (modalité 1 et 3)
-  la démarche de résolution de problèmes (modalité 2 et 3)
-  Il s'agit de compléter les exercices proposés en calcul et de rechercher les variables didactiques correspondant aux problèmes à résoudre.

Définir précisément les évaluations initiales et finales

-  Avec ou pas d'exercices évaluant le niveau en calcul ?
-  Choisir les énoncés (voir doc).

Synthèse des travaux et conclusions.

Protocole de recherche

Classes expérimentales

| <i>Modalité</i> | <i>Ecole</i> | | <i>Effectif</i> |
|-----------------|--------------------|--------------|-----------------|
| 1 | Château de Pouilly | Deux classes | 26 |
| | | | 26 |
| 2 | Côteaux du Suzon | Une classe | 25 |
| | Tivoli | Une classe | 24 |
| 3 | Monts de Vignes | Une classe | 29 |
| | Turgot | Une classe | 24 |

Classes témoins

| <i>Modalité</i> | <i>Ecole</i> | <i>Enseignant</i> | <i>Effectif</i> |
|-----------------|--------------|-------------------|-----------------|
| 4 | Mansart | Une classe | 23 |
| | Chevreul | Une classe | 25 |

Passation :

-  Evaluation initiale : jeudi 19 et vendredi 20 octobre 2006
-  Protocole expérimental : du 6 novembre au 8 décembre 2006 (5 semaines de quatre jours)
-  Evaluation finale : lundi 11 décembre et mardi 12 décembre.

Modalité 1 : entraînement au calcul

-  2 exercices par jour (un exercice de calcul mental à 9h et un de calcul réfléchi l'après-midi vers 16h)
-  2 évaluations intermédiaires les samedis 18/11 et 02/12.

Modalité 2 : entraînement à la démarche didactique de résolution de problèmes

-  1 problème par semaine en suivant scrupuleusement la procédure de la démarche.

Modalité 3 : combinaison calcul et démarche

-  2 exercices par jour de calcul.
-  1 problème par semaine.

Modalité 4 : groupe témoin

Evaluations initiale et finale

Problèmes de l'évaluation de type A :

A la cafétéria « Brunch », on sert 2 sortes de repas : l'un à 9 € et l'autre à 12 €. Un soir, la caissière fait ses comptes : elle a 96 € en caisse. Combien de repas de chaque sorte ont été servis ce jour-là ? Aide la caissière à trouver toutes les solutions possibles.

Une fermière ramasse 80 œufs un matin. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs et des boîtes de 8 œufs. Combien de boîtes des deux sortes pourra-t-elle remplir ? Aide la caissière à trouver toutes les solutions possibles.

La maîtresse de CM1 veut commander, pour la classe, des livres de contes à 6 € l'un et des romans à 8 € l'un. Elle doit dépenser 128 € mais elle ne sait pas combien de livres de contes et combien de romans elle peut acheter. Aide la maîtresse à retrouver les solutions possibles.

Problème de l'évaluation de type B :

104 élèves de CM d'une école participent à une rencontre sportive. L'organisateur les répartit en équipes de 5 pour le basket ou de 8 pour le mini-foot. Combien d'équipes de chaque sorte peut-on constituer ? Aide l'organisateur à trouver toutes les solutions possibles.

Un directeur d'école veut compléter son stock de matériel de natation. Il achète des bonnets de bain à 3 € l'un et des lunettes de plongée à 7 € la paire. Il doit dépenser 70 € pour cet achat. Combien de bonnets de bain et de paires de lunettes pourra-t-il acheter ? Aide le directeur à trouver toutes les solutions possibles.

Au moment de Noël, un chocolatier répartit 96 chocolats dans des sachets de 6 ou 9. Combien de sachets de chaque sorte a-t-il préparés ? Aide le chocolatier à retrouver toutes les solutions possibles.

Consignes de passation des évaluations

Le pré test se déroulera les jeudi 19/10 matin, jeudi 19/10 après-midi et le vendredi 20/10 matin.

Au préalable, diviser la classe en deux groupes égaux de manière aléatoire. Le groupe A fera les 3 problèmes A (un problème par demi-journée) et le groupe B fera les 3 problèmes B. Au moment du test final en décembre (les lundi 18/12 matin, lundi 18/12 après-midi et mardi 19/12 matin), le groupe A fera les problèmes B et le groupe B fera les problèmes A.

Bien penser à identifier chaque élève par un code du type : numéro élève, groupe A ou B ; date de naissance. exemple : Martin 1A 01/01/1997, Durand 2A 02/02/1997. Pensez bien à conserver une copie de la liste des élèves avec le numéro.

Pour éviter la copie, placez un élève A à côté d'un élève B.

Consignes pour les élèves :

***« Vous allez résoudre un problème qui a plusieurs solutions.
Vous devez trouver le plus grand nombre de solutions possibles.
Vous pouvez utiliser tous les moyens que vous connaissez pour
résoudre le problème (opérations, dessins, schémas). Effectuez
votre recherche directement sur la feuille de l'énoncé. Pensez à
entourer les réponses que vous avez trouvées. »***

Lecture simple de l'énoncé du problème par l'enseignant, le problème est ensuite distribué aux élèves et affiché au tableau.

Poser la question : ***« y a-t-il des mots que vous ne connaissez pas ? »*** Dans l'affirmative, proposer un synonyme.

Durée de l'épreuve.

Donner 30 minutes sans possibilité de dépassement.

Pour la correction, noter le nombre de solutions trouvées sur la fiche récapitulative.

Programme expérimental : calcul mental et réfléchi

(Modalités concernées : 1 et 3)

Calendrier

Rappel : entraînement deux fois par jour, en début de matinée et d'après-midi, à raison de séances de 15 minutes.

| Date | N° | Calcul mental | N° | Calcul réfléchi |
|---------------------|-----|---|-----|---|
| 6 /11 | 1a | tables de multiplication par 4, par 8 | 1b | doubles et moitiés de nombres <100 |
| 7 /11 | 2a | id. | 2b | id. |
| 9 /11 | 3a | tables de multiplication par 3, par 6, par 9 | 3b | triples et quadruples de nombres <100 |
| 10 /11 | 4a | id. | 4b | id. |
| 13 /11 | 5a | tables de multiplication par 2, par 5 | 5b | multiplier par un multiple de 10 |
| 14 /11 | 6a | id. | 6b | id. |
| 16 /11 | 7a | multiplier par 100, 1000 | 7b | multiplier par un nombre à un chiffre |
| 17 /11 | 8a | Multiplier par un multiple de 100, 1000 | 8b | multiplier un nombre à 2 chiffres par un multiple de 10 |
| 20 /11 | 9a | ajout, retrait de dizaines, de centaines entières | 9b | addition et soustraction mentale d'un nombre à un chiffre |
| 21 /11 | 10a | complément à la dizaine supérieure | 10b | complément à 100 |
| 23 /11 | 11a | id. | 11b | id. |
| 24 /11 | 12a | complément à la centaine supérieure | 12b | complément à 1000 |
| 27 /11 | 13a | id. | 13b | id. |
| 28 /11 | 14a | ajouter, retrancher 9 et 11 | 14b | ajouter, retrancher 19, 21, 29, 31 |
| 30 /11 | 15a | soustraire en passant par la dizaine inférieure | 15b | soustraction mentale de nombres à 2 chiffres |
| 1 ^{er} /12 | 16a | id. | 16b | id. |
| 4 /12 | 17a | calcul approché de sommes | 17b | combinaison $(axb)+c$ |
| 5 /12 | 18a | décomposer un nombre en produits de facteurs premiers | 18b | combinaison $a+(bxc)$ |
| 7 /12 | 19a | id. | 19b | combinaison $ab+cd$ |
| 8 /12 | 20a | combinaison de 2 nombres pour obtenir un 3ème nombre | 20b | compléter une combinaison : $ab+X=c$ |

Exemple

Contenu des exercices du lundi 6 novembre (les exercices complets se trouvent en annexe 1 du document).

| Série | | Série | |
|-------|---|-------|---|
| 1a | tables de multiplication par 4, par 8 | 1b | doubles et moitiés de nombres <100 |
| | ex. : 7 x 4, 7 x 8 1. 7 x 4 2. 3 x 4 3. 5 x 4 4. 8 x 4 5. 4 x 4 6. 7 x 8 7. 3 x 8 8. 5 x 8 9. 8 x 8 10. 4 x 8 | | ex. : 14 x 2, 64 : 2 1. 12 X 2 2. 24 X 2 3. 43 X 2 4. 34 X 2 5. 25 X 2 6. 16 : 2 7. 26 : 2 8. 84 : 2 9. 50 : 2 10. 34 : 2 |

Programme expérimental : entraînement à la démarche didactique de résolution de problèmes

(Modalités concernées : 2 et 3)

Démarche à utiliser dans le cadre de la résolution d'un problème pour chercher (cf. documents d'accès - programme page 11).

Les élèves sont répartis en binômes.

Phase de résolution du problème :

Le maître leur présente le problème oralement et par écrit, avec ou sans matériel. Ce dernier peut aider les élèves à se représenter le problème au début et permettre de vérifier pratiquement la solution à la fin.

Phase de recherche :

-  Recherche individuelle pendant 5 min. Il est nécessaire que les élèves soient confrontés personnellement au problème.
-  Recherche par groupes
-  Objectif : produire une proposition de solution (procédure et réponse commune). Les échanges sont essentiels à l'intérieur du groupe.

Le maître choisit le rapporteur du groupe seulement en terme de la recherche.

Phase de résolution en commun :

Chaque rapporteur présente sa solution aux autres élèves.

Il est pertinent de commencer par les solutions les moins élaborées ou celles qui sont énoncées en se basant sur les observations faites pendant la recherche.

Mise en commun intermédiaire :

-  faire un premier bilan des recherches
-  le maître annonce qu'il leur laisse $\frac{1}{4}$ d'heure pour finir leur recherche et préparer la présentation de leur proposition sur l'affiche (information supplémentaire).

Introduire des variables didactiques ou des outils didactiques. Celles-ci sont instituées en fonction des problèmes.

Phase de recherches :

2ème recherche

Le maître observe les travaux des groupes et récupère les différentes méthodes.

Phase de mise en commun :

L'échange autour de plusieurs propositions contribue à enrichir l'argumentation : les élèves peuvent repérer des démarches voisines et confronter celles qui sont identiques.

Il est souhaitable que la validation des propositions soit faite par les élèves eux mêmes.

Synthèse générale :

Conclusion de la séance.

Valider les qualités observées, dénoncer les défis, encrer les comptes essentiels et les procédures intéressants qui pourront être réinvestis dans une prochaine séance.

Rôle de l'enseignant :

Le maître n'apporte aucune aide sur la résolution du problème.

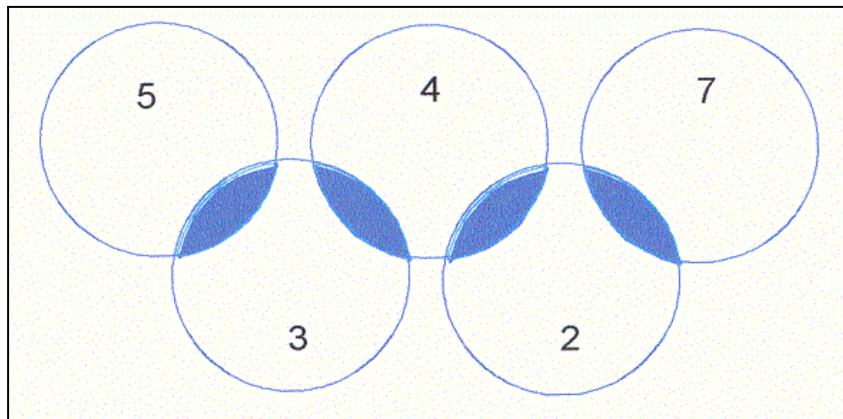
-  il circule, observe, note les éléments intéressants
-  pendant les phases de synthèse, le maître doit plutôt se placer au milieu des rangs ou au fond de la classe pour que les échanges se fassent réellement entre les élèves. Organiser le débat, permettre l'expression, la
-  il doit reformuler, le débat, questionner, relancer.

Exemple

Problème de la première semaine. L'ensemble des problèmes se trouve en annexe 2 du document.

La cible olympique

Enoncé



Quand on plante une fléchette dans une zone, on marque le nombre de points qui y est inscrit. Si on plante une fléchette dans une zone commune à deux disques, on multiplie les points sur ces disques.

De quelle(s) façon(s) peut-on obtenir 50 ?

| | |
|---|---|
| Objectif | Recherche d'un problème à multiples solutions. |
| Matériel | Cartes avec cercles par groupes. Représentation au tableau. |
| Déroulement | |
| Phase de dévolution (10 mn) | Jeu de fléchettes (règle du jeu). Ne pas hésiter à solliciter les élèves les moins sûrs. Poser le problème : de quelle façon peut-on obtenir 50 ? |
| Recherche individuelle (5 mn) | Chercher sur le cahier de brouillon. Silence total. |
| Recherche par binôme (10 mn) | Vérifier les échanges, demander des traces écrites, rédiger les solutions trouvées, annoncer les modalités de présentation. |
| Mise en commun intermédiaire (10 mn) | Débloquer les situations, relancer les recherches. En fonction des difficultés trouvées, introduire des variables didactiques avec le nombre de fléchettes. Chercher plusieurs solutions. |
| Retour en binômes (10 mn) | Pour synthèse et mise en forme. |
| Mise en commun générale (10 mn) | Validation des solutions, trouver le plus grand nombre possible de solutions. |

Résultats

Extrait du rapport de mémoire de Coralie Dumaire, étudiante en Master I de Psychologie, qui a analysé les résultats de cette recherche sous la direction de Valérie Camos, son directeur de mémoire.

La résolution de problèmes arithmétiques à structure multiplicative chez les enfants de CM1

Nous avons corrigé les problèmes réalisés par les enfants et nous avons obtenu des notes bruts, cependant les exercices étant notés sur des barèmes différents, nous avons ramené les notes brutes à des pourcentages de réussite (annexe 6). Sur ces résultats nous avons réalisé différents tests statistiques afin de voir si les entraînements que nous avons proposé pour répondre à nos hypothèses avaient eu des effets quels qu'ils soient sur les performances des élèves en résolution de problèmes.

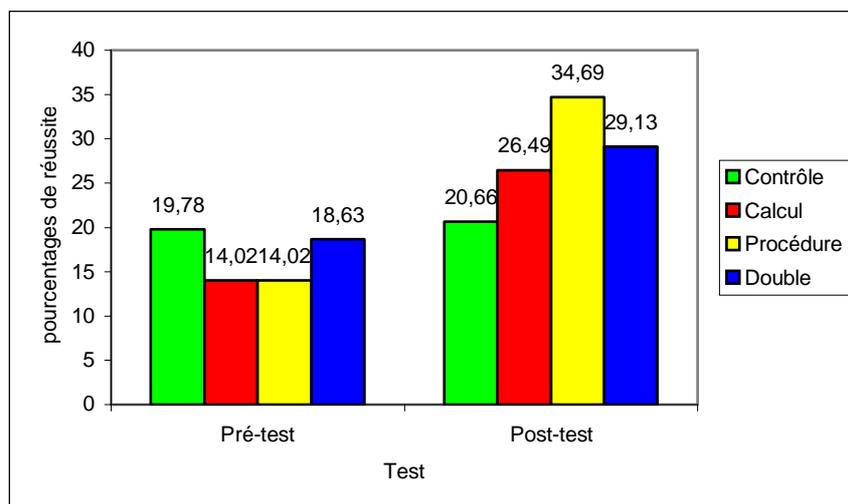


Figure 1 : Pourcentage de réussite au pré-test et au post-test selon les conditions (annexe 7).

Nous avons réalisé un test d'homogénéité des groupes lors du pré-test sur les pourcentages de réussite des élèves. Ce test a permis de voir que les performances des trois groupes expérimentaux (calcul et procédure = 14,02 ; double = 18,63) ne diffèrent pas de celles du groupe contrôle (19,78), $F(1, 80) = 1,79$ $p = .18$; $F(1, 80) = 2,12$ $p = .15$ et $F < 1$ respectivement. Ces résultats permettent de dire que si lors du post-test les performances sont significativement différentes entre les quatre groupes cela viendra bien des entraînements que nous avons proposé. Sur ces mêmes données, nous notons une absence d'effet simple de la condition, $F(1;180)=.59138$. Mais il y a d'une part, un effet simple du test, dans le sens où le post-test est significativement mieux réussi que les pré-tests (16,62 vs. 27,74 avec un $F(1;180) = 44.19783$, p . significatif) et d'autre part, un effet de l'exercice avec un $F(1;360)=12.81026$ $p. = .0000042$, dans le sens où l'exercice 3 était significativement moins bien réussi que les deux premiers. Notons également un effet d'interaction de

Expérimenter la résolution d'un problème pour chercher

la condition et du test, $F(1 ; 180) = 5,48798$ $p = .0012478$. où il n'y a pas de différence entre le pré-test et le post-test pour la condition contrôle (19,78 vs. 20,66), $F < 1$. Alors que pour les conditions expérimentales (calcul : 14,02 vs. 26,49 ; procédure : 14,02 vs. 34,69 et double : 18,63 vs. 29,13), les post-tests sont significativement mieux réussis que les pré-tests, respectivement, $F(1,180) = 14,35$, $p = .0002$; $F(1,180) = 37,89$, $p = .00001$; $F(1,180) = 10,61$, $p = .001$.

Par la suite en absence d'effet simple de la condition au niveau des pourcentages de réussite des élèves, nous avons voulu voir si on pouvait constater un tel effet au niveau de l'amélioration des performances en réalisant la différence des pourcentages de réussite entre le post-test et le pré-test. A ce niveau nous notons la présence d'un effet simple de la condition $F(3, 180) = 5,51$, $p = .001$, dans le sens où la condition procédure est significativement différente des deux autres conditions expérimentales (20,66 vs. 12,47 et 10,50) $F(1, 180) = 5,31$, $p = .022$.

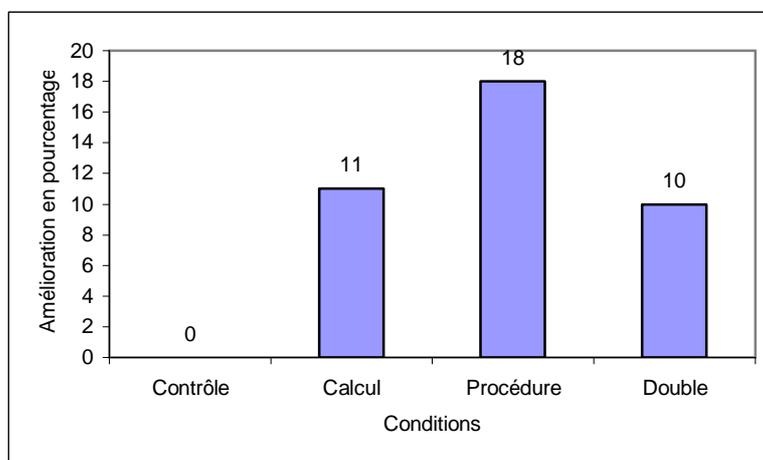


Figure 2 : Amélioration en pourcentage entre le pré-test et le post-test selon les conditions.

Ces résultats sont également répliqués, lorsque l'on regarde les améliorations en pourcentage entre le pré-test et le post-test, car on constate une amélioration pour toutes les conditions expérimentales, cependant cette amélioration n'est significative que dans la condition procédure (18 % vs. 0%, 11% et 10%), et enfin en comparant le groupe contrôle aux autres groupes seulement au niveau du post-test, on voit toujours que seul le post-test de la condition procédure est significativement différent du groupe contrôle (34,69 vs. 20,66), $F(1, 180) = 6,36$, $p = .01$.

Conclusion de M. l'Inspecteur

Quand on met en place une situation qui conduit à raisonner, les élèves progressent rapidement dans leur capacité à raisonner. Il y aurait apprentissage de compétences relatives au raisonnement sans pour autant pouvoir préciser très exactement lesquelles.

Pour ce qui concerne les problèmes les plus simples, les trois modalités donnent des résultats significatifs et équivalents. En d'autres termes, les élèves apprennent dans ces conditions à résoudre des problèmes, à chercher par l'entraînement au calcul, par l'entraînement au raisonnement et par les deux à la fois.

Il convient de noter que les procédures mises en œuvre dans la situation de recherche ne sont pas identifiées : on met l'élève en situation de recherche, il cherche, il trouve et ainsi il apprend à chercher.

Cet apprentissage est notamment particulièrement efficace pour résoudre des problèmes complexes.

Annexes

Annexe 1 : Programme d'entraînement au CALCUL MENTAL et REFLECHI

| Série | | Série | |
|-------|---|-------|---|
| 1a | tables de multiplication par 4, par 8 | 1b | doubles et moitiés de nombres <100 |
| | 7×4 7×8 3×4 3×8 5×4 5×8 8×4 8×8 4×4 4×8 | | 12×2 $16 : 2$ 24×2 $26 : 2$ 43×2 $84 : 2$ 34×2 $50 : 2$ 25×2 $34 : 2$ |
| 2a | tables de multiplication par 4, par 8 | 2b | doubles et moitiés de nombres <100 |
| | 6×4 2×8 9×4 8×7 2×4 4×7 6×8 8×3 9×8 4×8 | | 35×2 $46 : 2$ 26×2 $90 : 2$ 37×2 $56 : 2$ 48×2 $72 : 2$ 19×2 $98 : 2$ |
| 3a | tables de multiplication par 3, par 6, par 9 | 3b | triples et quadruples de nombres <100 |
| | 3×4 6×7 3×8 9×4 3×7 9×8 6×4 9×7 6×8 3×6 | | 21×3 13×4 32×3 21×4 23×3 24×4 15×3 25×4 24×3 16×4 |
| 4a | tables de multiplication par 3, par 6, par 9 | 4b | triples et quadruples de nombres <100 |
| | 5×3 9×9 6×6 8×9 5×9 8×6 9×3 3×3 5×6 3×9 | | 17×3 19×3 25×3 16×3 29×3 19×4 18×4 14×4 15×4 26×4 |

Expérimenter la résolution d'un problème pour chercher

| | | | |
|----|--|----|---|
| 5a | tables de multiplication par 2, par 5 | 5b | multiplier par un multiple de 10 |
| | 4×2 5×7 6×5 2×9 8×2 8×5 3×5 7×2 2×6 5×9 | | 4×20 40×4 8×50 70×6 7×30 90×3 5×60 50×7 9×80 80×8 |
| 6a | tables de multiplication par 7, par 11 | 6b | multiplier par un nombre à un chiffre |
| | 3×7 4×11 6×11 7×7 7×6 11×5 11×8 7×8 9×7 9×11 | | 13×3 16×6 21×4 23×4 12×6 8×12 15×5 7×14 19×4 9×12 |
| 7a | multiplier par 100, 1000 | 7b | multiplier par un nombre à un chiffre |
| | 8×100 1000×31 5×1000 20×100 24×100 30×1000 12×1000 100×30 100×6 1000×100 | | 23×5 24×4 15×7 8×24 18×8 6×18 7×19 5×28 9×17 5×39 |
| 8a | multiplier par un multiple 100, 1000 | 8b | multiplier un nombre à 2 chiffres par un multiple de 10 |
| | 6×300 3000×8 7×4000 400×9 8×500 5000×7 9×2000 600×8 4×600 9000×7 | | 13×40 20×32 22×60 70×13 18×50 90×12 24×30 80×14 19×30 60×26 |
| 9a | ajout, retrait de dizaines, de centaines entières | 9b | addition et soustraction mentale d'un nombre à un chiffre |
| | $46 + 40$ $136 + 300$ $32 + 60$ $404 + 500$ $54 + 30$ $516 - 200$ $62 - 30$ $849 - 600$ $56 - 40$ $918 - 400$ | | $54 + 5$ $68 - 6$ $67 + 3$ $47 - 8$ $46 + 6$ $84 - 6$ $58 + 4$ $30 - 5$ $39 + 7$ $71 - 7$ |

Expérimenter la résolution d'un problème pour chercher

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------|--|-------------|---|-------------|--------------|-------------|--------------|-------------|--------------|-------------|--------------|--|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 10a | complément à la dizaine supérieure | 10b | complément à 100 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | $63 + \dots = 70$ $521 + \dots = 530$ $38 + \dots = 40$ $732 + \dots = 740$ $56 + \dots = 60$ $444 + \dots = 450$ $165 + \dots = 170$ $823 + \dots = 830$ $347 + \dots = 350$ $266 + \dots = 270$ | | $77 + \dots = 100$ $72 + \dots = 100$ $89 + \dots = 100$ $84 + \dots = 100$ $66 + \dots = 100$ $61 + \dots = 100$ $58 + \dots = 100$ $53 + \dots = 100$ $65 + \dots = 100$ $55 + \dots = 100$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11a | complément à la dizaine supérieure | 11b | complément à 100 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | $\dots + 68 = 70$ $\dots + 447 = 450$ $\dots + 46 = 50$ $\dots + 821 = 830$ $\dots + 21 = 30$ $\dots + 542 = 550$ $\dots + 33 = 40$ $\dots + 704 = 710$ $\dots + 265 = 270$ $\dots + 376 = 380$ | | $27 + \dots = 100$ $32 + \dots = 100$ $49 + \dots = 100$ $44 + \dots = 100$ $36 + \dots = 100$ $11 + \dots = 100$ $18 + \dots = 100$ $13 + \dots = 100$ $25 + \dots = 100$ $34 + \dots = 100$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12a | complément à la centaine supérieure | 12b | complément à 1000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | $230 + \dots = 300$ $420 + \dots = 500$ $660 + \dots = 700$ $580 + \dots = 600$ $410 + \dots = 500$ $710 + \dots = 800$ $850 + \dots = 900$ $880 + \dots = 900$ $370 + \dots = 400$ $940 + \dots = 1000$ | | $770 + \dots = 1000$ $720 + \dots = 1000$ $890 + \dots = 1000$ $840 + \dots = 1000$ $660 + \dots = 1000$ $610 + \dots = 1000$ $580 + \dots = 1000$ $530 + \dots = 1000$ $650 + \dots = 1000$ $550 + \dots = 1000$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13a | complément à la centaine supérieure | 13b | complément à 1000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | $378 + \dots = 400$ $753 + \dots = 800$ $566 + \dots = 600$ $248 + \dots = 300$ $487 + \dots = 500$ $133 + \dots = 200$ $679 + \dots = 700$ $845 + \dots = 900$ $385 + \dots = 400$ $926 + \dots = 1000$ | | $785 + \dots = 1000$ $364 + \dots = 1000$ $972 + \dots = 1000$ $246 + \dots = 1000$ $687 + \dots = 1000$ $339 + \dots = 1000$ $598 + \dots = 1000$ $827 + \dots = 1000$ $473 + \dots = 1000$ $707 + \dots = 1000$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 14a | ajouter, retrancher 9 et 11 | 14b | ajouter, retrancher 19, 21, 29, 31 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <table border="1"> <tbody> <tr> <td>$341 + 9 =$</td> <td>$456 + 11 =$</td> </tr> <tr> <td>$364 + 9 =$</td> <td>$739 + 11 =$</td> </tr> <tr> <td>$428 + 9 =$</td> <td>$435 - 11 =$</td> </tr> <tr> <td>$650 - 9 =$</td> <td>$681 - 11 =$</td> </tr> <tr> <td>$773 - 9 =$</td> <td>$860 - 11 =$</td> </tr> </tbody> </table> | $341 + 9 =$ | $456 + 11 =$ | $364 + 9 =$ | $739 + 11 =$ | $428 + 9 =$ | $435 - 11 =$ | $650 - 9 =$ | $681 - 11 =$ | $773 - 9 =$ | $860 - 11 =$ | | <table border="1"> <tbody> <tr> <td>$264 + 19 =$</td> <td>$688 + 21 =$</td> </tr> <tr> <td>$385 + 19 =$</td> <td>$756 - 21 =$</td> </tr> <tr> <td>$438 - 19 =$</td> <td>$820 - 21 =$</td> </tr> <tr> <td>$612 - 19 =$</td> <td>$601 - 21 =$</td> </tr> <tr> <td>$534 + 21 =$</td> <td>$406 - 21 =$</td> </tr> </tbody> </table> | $264 + 19 =$ | $688 + 21 =$ | $385 + 19 =$ | $756 - 21 =$ | $438 - 19 =$ | $820 - 21 =$ | $612 - 19 =$ | $601 - 21 =$ | $534 + 21 =$ | $406 - 21 =$ |
| $341 + 9 =$ | $456 + 11 =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $364 + 9 =$ | $739 + 11 =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $428 + 9 =$ | $435 - 11 =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $650 - 9 =$ | $681 - 11 =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $773 - 9 =$ | $860 - 11 =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $264 + 19 =$ | $688 + 21 =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $385 + 19 =$ | $756 - 21 =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $438 - 19 =$ | $820 - 21 =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $612 - 19 =$ | $601 - 21 =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $534 + 21 =$ | $406 - 21 =$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Expérimenter la résolution d'un problème pour chercher

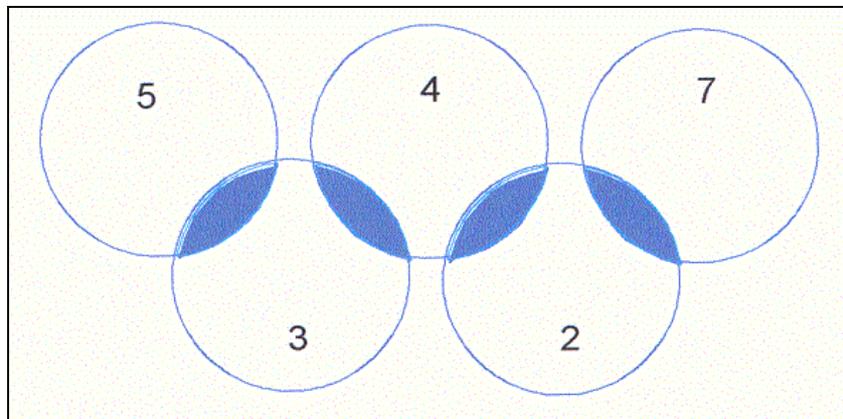
| | | | |
|-----|--|-----|---|
| 15a | soustraire en passant par la dizaine inférieure | 15b | soustraction mentale de nombres à 2 chiffres |
| | $357 - 8 =$ $852 - 8 =$ $465 - 8 =$ $461 - 8 =$ $574 - 8 =$ $390 - 8 =$ $636 - 8 =$ $565 - 8 =$ $723 - 8 =$ $632 - 8 =$ | | $265 - 54 =$ $756 - 18 =$ $386 - 32 =$ $863 - 86 =$ $458 - 46 =$ $925 - 35 =$ $565 - 55 =$ $453 - 14 =$ $654 - 45 =$ $527 - 36 =$ |
| 16a | soustraire en passant par la dizaine inférieure | 16b | soustraction mentale de nombres à 2 chiffres |
| | $428 - 8 =$ $764 - 8 =$ $356 - 7 =$ $621 - 7 =$ $485 - 6 =$ $422 - 9 =$ $344 - 6 =$ $610 - 8 =$ $865 - 7 =$ $542 - 8 =$ | | $346 - 18 =$ $732 - 42 =$ $653 - 42 =$ $426 - 32 =$ $438 - 65 =$ $670 - 53 =$ $963 - 56 =$ $723 - 50 =$ $651 - 42 =$ $486 - 19 =$ |
| 17a | calcul approché de sommes | 17b | combinaison $(axb)+c$ |
| | ex. : $75 + 83 : 140$ ou 150 ou 160 ou 170 1. $42 + 24 : 60$ ou 70 ou 80 ou 90 2. $93 + 71 : 120$ ou 150 ou 160 ou 170 3. $41 + 52 : 90$ ou 100 ou 110 ou 120 4. $36 + 84 : 110$ ou 120 ou 130 ou 140 5. $55 + 65 : 100$ ou 110 ou 120 ou 130 6. $46 + 65 : 100$ ou 110 ou 120 ou 130 7. $76 + 84 : 150$ ou 160 ou 170 ou 180 8. $93 + 24 : 100$ ou 110 ou 120 ou 130 9. $274 + 426 : 600$ ou 650 ou 700 ou 750 10. $275 + 175 : 350$ ou 400 ou 450 ou 500 | | $(6 \times 6) + 5$ $(2 \times 8) + 5$ $(3 \times 4) + 3$ $(5 \times 9) + 4$ $(8 \times 3) + 7$ $(6 \times 3) + 3$ $(4 \times 7) + 4$ $(8 \times 2) + 8$ $(9 \times 5) + 2$ $(7 \times 6) + 9$ |
| 18a | décomposer un nombre en produits de facteurs premiers | 18b | combinaison $a+(bxc)$ |
| | 24 31 42 18 32 27 48 36 51 45 | | $6 \times (6 + 5)$ $2 \times (8 + 5)$ $3 \times (4 + 3)$ $5 \times (9 + 4)$ $8 \times (3 + 7)$ $6 \times (3 + 3)$ $4 \times (7 + 4)$ $8 \times (2 + 8)$ $9 \times (5 + 2)$ $7 \times (6 + 9)$ |

Expérimenter la résolution d'un problème pour chercher

| | | | | | | | | | | | | | |
|-----|--|-----|--|----|----|----|----|----|----|----|-----|--|--|
| 19a | décomposer un nombre en produits de facteurs premiers | 19b | combinaison $(ab)+(cd)$ | | | | | | | | | | |
| | <p>ex. : $56 = 7 \times 8$ donc $2 \times 2 \times 2 \times 7$</p> <table border="1" data-bbox="268 338 778 528"> <tr> <td>54</td> <td>77</td> </tr> <tr> <td>64</td> <td>56</td> </tr> <tr> <td>96</td> <td>68</td> </tr> <tr> <td>80</td> <td>63</td> </tr> <tr> <td>75</td> <td>100</td> </tr> </table> | 54 | 77 | 64 | 56 | 96 | 68 | 80 | 63 | 75 | 100 | | <p>ex. : $(4 \times 6) + (3 \times 5) = 24 + 15$ soit 39</p> <p>$(5 \times 8) + (3 \times 5)$ $(7 \times 9) + (4 \times 3)$ $(6 \times 5) + (5 \times 4)$ $(2 \times 5) + (2 \times 8)$ $(3 \times 3) + (6 \times 6)$ $(8 \times 8) + (5 \times 2)$ $(9 \times 7) + (9 \times 7)$ $(5 \times 2) + (6 \times 9)$ $(1 \times 4) + (7 \times 9)$ $(6 \times 6) + (8 \times 3)$</p> |
| 54 | 77 | | | | | | | | | | | | |
| 64 | 56 | | | | | | | | | | | | |
| 96 | 68 | | | | | | | | | | | | |
| 80 | 63 | | | | | | | | | | | | |
| 75 | 100 | | | | | | | | | | | | |
| 20a | combinaison de 2 nombres pour obtenir un 3ème nombre (obtenir 18 avec 2 et 3) | 20b | compléter une combinaison : $ab+X=c$ | | | | | | | | | | |
| | <p>ex. : $18 : 2 \times 3 \times 3$</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 40 avec des 2 et des 5 2. 24 avec des 3 et des 2 3. 18 avec des 2 et des 3 4. 48 avec des 3 et des 4 5. 12 avec des 2 et des 3 6. 20 avec des 2 et des 5 7. 40 avec des 2 et des 5 8. 36 avec des 3 et des 4 9. 32 avec des 2 et des 4 10. 75 avec des 3 et des 5 | | <p>ex. : $(6 \times 4) + \dots = 40$</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $(8 \times 6) + \dots = 50$ 2. $(6 \times 9) + \dots = 60$ 3. $(3 \times 9) + \dots = 40$ 4. $(9 \times 7) + \dots = 80$ 5. $(7 \times 6) + \dots = 50$ 6. $(4 \times 8) + \dots = 46$ 7. $(6 \times 7) + \dots = 53$ 8. $(8 \times 7) + \dots = 66$ 9. $(9 \times 8) + \dots = 88$ 10. $(8 \times 9) + \dots = 100$ | | | | | | | | | | |

Annexe 2 : Problèmes et variables didactiques**Problème 1****La cible olympique**

Enoncé



Quand on plante une fléchette dans une zone, on marque le nombre de points qui y est inscrit. Si on plante une fléchette dans une zone commune à deux disques, on multiplie les points sur ces disques.

De quelle(s) façon(s) peut-on obtenir 50 ?

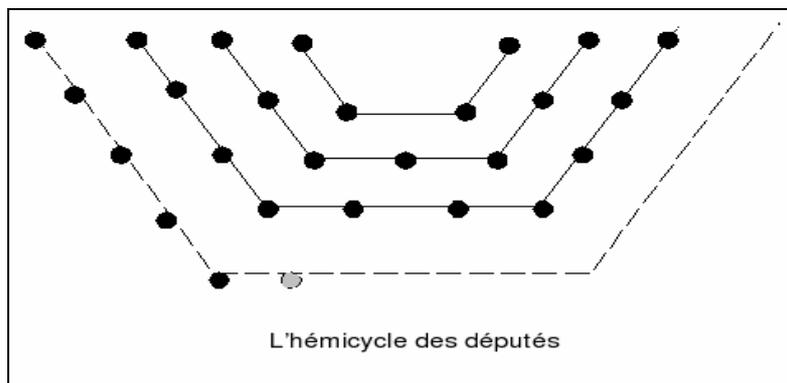
| | |
|---|---|
| Objectif | Recherche d'un problème à multiples solutions. |
| Matériel | Cartes avec cercles par groupes. Représentation au tableau. |
| Déroulement | |
| Phase de dévolution (10 mn) | Jeu de fléchettes (règle du jeu). Ne pas hésiter à solliciter les élèves les moins sûrs. Poser le problème : de quelle façon peut-on obtenir 50 ? |
| Recherche individuelle (5 mn) | Chercher sur le cahier de brouillon. Silence total. |
| Recherche par binôme (10 mn) | Vérifier les échanges, demander des traces écrites, rédiger les solutions trouvées, annoncer les modalités de présentation. |
| Mise en commun intermédiaire (10 mn) | Débloquer les situations, relancer les recherches. En fonction des difficultés trouvées, introduire des variables didactiques avec le nombre de fléchettes. Chercher plusieurs solutions. |
| Retour en binômes (10 mn) | Pour synthèse et mise en forme. |
| Mise en commun générale (10 mn) | Validation des solutions, trouver le plus grand nombre possible de solutions. |

Observations du maître : noter les enfants qui n'entrent pas dans la recherche.

Problème 2

L'hémicycle

Enoncé



Un architecte a un hémicycle à construire. Dans cet hémicycle, il y a 100 députés à installer.

Combien doit-il prévoir de rangées pour que tous les députés puissent s'installer ?

| | |
|---|--|
| Objectif | Recherche d'un problème à solution unique par une démarche appropriée, la solution étant a priori biaisée (nombre inexact). |
| Matériel | Enoncé et dessin. Représentation au tableau. Photo de l'Assemblée Nationale. |
| Dérroulement | |
| Phase de dévolution (5 mn) | Présentation de la photo, faire repérer les $\frac{1}{2}$ cercles de plus en plus grands. |
| Recherche individuelle (5 mn) | Chercher sur le cahier de brouillon. Silence total. |
| Recherche par binôme (10 mn à 15 mn) | Vérifier les échanges, demander des traces écrites, rédiger les solutions trouvées, annoncer les modalités de présentation. |
| Mise en commun intermédiaire (5 mn) | Compléter la dernière ligne du schéma. |
| Retour en binômes (10 mn à 15 mn) | Pour synthèse et mise en forme. Si les blocages persistent deuxième mise en commun intermédiaire: dessiner une ligne supplémentaire et la compléter. |
| Mise en commun générale (10 mn) | On ne trouve pas juste. On prendra en compte la nécessité de contenir au moins 100 députés, d'où des places libres. Mettre en place un débat entre enfants. |

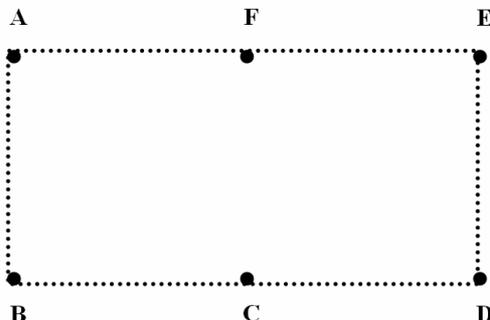
| Problème 3 | |
|--|---|
| Les tartelettes | |
| <p>Enoncé</p> <p>On a deux boîtes jaunes, trois boîtes rouges, et vingt tartelettes. Il faut répartir les tartelettes en respectant ces règles :</p> <ul style="list-style-type: none"> - on utilise toutes les boîtes ; - les boîtes d'une même couleur contiennent le même nombre de tartelettes ; <p>Cherche toutes les solutions possibles.</p> | |
| Objectif | Recherche d'un problème à multiples solutions mais présentant des contraintes. Trouver au moins trois solutions. |
| Matériel | Cercles représentant les tartelettes à découper ; rectangles en carton plastifié représentant les boîtes. |
| Déroulement 1 ^{ère} séance | |
| Phase de dévolution (10 mn) | Manipulation du matériel. Insister sur le fait que les boîtes de même couleur doivent contenir le même nombre de tartelettes. |
| Recherche individuelle (5 mn) | Chercher sur le cahier de brouillon. Silence total. |
| Recherche par binôme (10 mn à 15 mn) | Vérifier les échanges, demander des traces écrites, rédiger les solutions trouvées, annoncer les modalités de présentation. |
| Mise en commun intermédiaire (5 mn) | Obligation d'appliquer les contraintes (mise en évidence avec solution erronée ou juste). |
| Retour en binômes (10 mn à 15 mn) | On s'arrête dès l'obtention de quelques solutions. |
| Mise en commun générale (10 mn) | Validation des solutions, trouver le plus grand nombre possible de solutions. |

Problème 4

Les triangles

Énoncé

Six points du plan sont disposés sur les côtés d'un rectangle comme sur la figure. $ABCF$ et $CDEF$ sont des carrés.



Écris la liste des triangles qui auront **A** et **deux des cinq autres points** pour sommets. Combien de triangles as-tu trouvé ? Classe ces triangles :

| isocèles | rectangles | Iso. -rectangles | quelconques |
|----------|------------|------------------|-------------|
| | | | |

| | |
|---|--|
| Objectif | Résoudre un problème géométrique, utilisation d'un lexique approprié. |
| Matériel | Fiche avec le rectangle. Représentation au tableau. |
| Déroulement | |
| Activités préalables | Identification des triangles rectangles, équilatéraux, isocèles, quelconques. Vocabulaire : côtés égaux, angles droits, sommet, carré. |
| Phase de dévolution (10 mn) | Faire repérer chacun des points, puis le point A, y associer un autre point puis deux autres points. |
| Recherche individuelle (5 mn) | Chercher sur le cahier de brouillon. Silence total. |
| Recherche par binôme (10 mn) | Vérifier les échanges, demander des traces écrites, rédiger les solutions trouvées, annoncer les modalités de présentation. |
| Mise en commun intermédiaire (5 à 10 mn) | Faire dessiner un triangle au tableau. Faire expliciter comment être sûr d'avoir toutes les solutions |
| Retour en binômes (10 mn) | Pour synthèse et mise en forme. |
| Mise en commun générale (10 mn) | Validation des solutions, trouver le plus grand nombre possible de solution. |

Problème 5

Les scarabées

Énoncé

Un jeu comprend **18 cartes chèvres** et **18 cartes scarabées**.

Le maître a distribué **21 cartes** (3 pour chacun des 7 groupes).

Les élèves les déposent dans une boîte après les avoir examinées.

Le maître a **68 pattes** et **15 têtes**.

Combien y-a-t-il de **cartes chèvres** et de **cartes scarabées** dans la boîte ?

| | |
|---|---|
| Objectif | Recherche d'un problème présentant un système de deux équations à deux inconnues. |
| Matériel | 18 cartes chèvres et 18 cartes scarabées mélangées. |
| Déroulement | Un article paru dans la revue Grand N n°77 présente de manière exhaustive ce travail. |
| Phase de dévolution (10 mn) | Présentation des cartes (pourquoi le chiffre 4 ou 6 sur les cartes ?). Distribution de trois cartes aux 7 groupes d'élèves (3 élèves par groupe). combien de cartes distribuées ? Les élèves redéposent les cartes distribuées dans une boîte. L'enseignant compte le nombre de pattes (les élèves ne doivent pas voir les cartes). Il écrit au tableau : J'ai au total pattes et têtes. Il demande : Qui peut me dire ce que l'on cherche ? |
| Recherche individuelle (5 mn) | Chercher sur le cahier de brouillon. Silence total. |
| Recherche par binôme (10 mn à 15 mn) | Vérifier les échanges, demander des traces écrites, rédiger les solutions trouvées, annoncer les modalités de présentation. |
| Mise en commun (5 mn) | Obligation d'appliquer les contraintes (mise en évidence avec solution erronée ou juste). |
| Validation et synthèse (10 mn) | Validation des solutions, trouver le plus grand nombre possible de solutions. |